

高三数学第二轮复习讲义 (39)

简单函数及嵌套函数的零点问题

班级 14 学号 05 姓名 张琳琳

【专题分析】

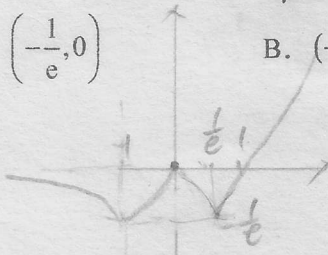
利用数形结合、分类讨论等方法处理简单函数及嵌套函数零点个数、零点范围等问题

【课前预习】

例 1. (1) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \cdot e^x, & x \leq 0, \\ x \cdot \ln x, & x > 0, \end{cases}$ 关于 x 的方程 $f(x) = t$ 有且仅有 4 个不同的实数根，

则实数 t 的取值范围是 (D)

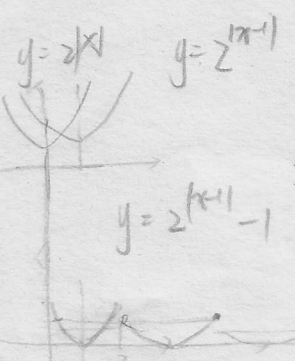
- A. $(-\frac{1}{e}, 0)$
- B. $(-\infty, -e)$
- C. $(0, e)$
- D. $(e, +\infty)$



(2) 已知定义在 R 上的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x) = \begin{cases} 2^{|x-1|} - 1, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{2} f(x-2), & x > 2 \end{cases}$ ，则关于 x 的

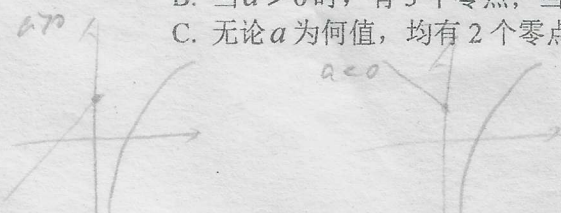
方程 $6[f(x)]^2 - f(x) - 1 = 0$ 的实数根个数为 (B)

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9



(3) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$ ，则下列关于函数 $y = f(f(x)) + 1$ 的零点个数判断正确的是 (D)

- A. 当 $a > 0$ 时，有 4 个零点；当 $a < 0$ 时，有 1 个零点
- B. 当 $a > 0$ 时，有 3 个零点；当 $a < 0$ 时，有 2 个零点
- C. 无论 a 为何值，均有 2 个零点
- D. 无论 a 为何值，均有 4 个零点



(4) 若函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 有极值点 $x_1, x_2, x_1 > x_2$ ，且 $f(x_1) = x_1$ ，则关于 x 的方程 $3(f(x))^2 + 2af(x) + b = 0$ 的不同实根的个数是 3

$3t^2 + 2at + b = 0$

$t_1 = x_1, t_2 = x_2$

$x_1, f(x_1) = x_1, f(x_2) = x_2$

$\therefore x_1 = -2, f(x_1) = -2$

则 $x_2 < -2$

