高三数学第二轮复习讲义（34）

借助几何特征处理焦点三角形问题

班级 14 姓名 张姝妍

【复习目标】

1. 了解圆锥曲线涉及的几何特征；
2. 运用几何特征处理焦点三角形问题.

【例题探究】

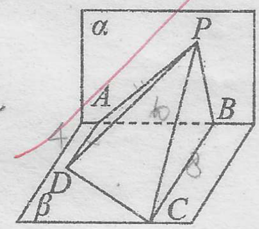
1. 如图所示，ΔPAB 所在的平面 α 和四边形 $ABCD$ 所在的平面 β 互相垂直，且 $AD\perp\alpha$，$BC\perp\alpha$，$AD=4$，$BC=8$，$AB=6$，若 $\tan\angle ADP-2\tan\angle BCP=1$，则点 P 在平面 α 内的轨迹是　（C）

$\frac{AP}{AD}-2\frac{BP}{BC}=1$

A．圆的一部分　B．椭圆的一部分　C．双曲线的一部分　D．抛物线的一部分

$\frac{AP}{4}-2\cdot\frac{BP}{8}=1$

$AP-BP=4$.



2. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$，$F_1,F_2$ 为两个焦点，O 为原点，P 为椭圆上一点，$\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$，则 $|PO|=$　（B）

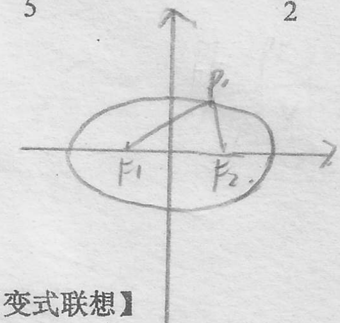
$c^2=3$　$c=\sqrt{3}$.

$\tan\theta=\frac{4}{3}$.

A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{30}}{2}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{35}}{2}$

$\frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{4}{3}$

$\Rightarrow\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}$.



$S_{\Delta PF_1F_2}=b^2\cdot\tan\frac{\theta}{2}$

$=6\times\frac{1}{2}=3$.

$\therefore\frac{1}{2}\times2c\times y=3$.

$y=\sqrt{3}$.

$\therefore x^2=\frac{9}{2}$　$y^2=3$.

$\therefore PO=\sqrt{x^2+y^2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$

【变式联想】

3. 设 F_1,F_2 为椭圆 $C:\frac{x^2}{5}+y^2=1$ 的两个焦点，点 P 在 C 上，若 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，则 $|PF_1|\cdot|PF_2|=$　（B）

$x^2+5y^2=5$

$x^2+y^2=4$.

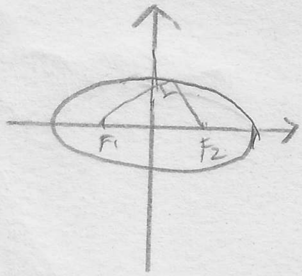
$b^2\cdot\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}PF_1\cdot PF_2$.

A．1　　B．2　　C．4　　D．5

$y=\frac{1}{2}$

$x=$

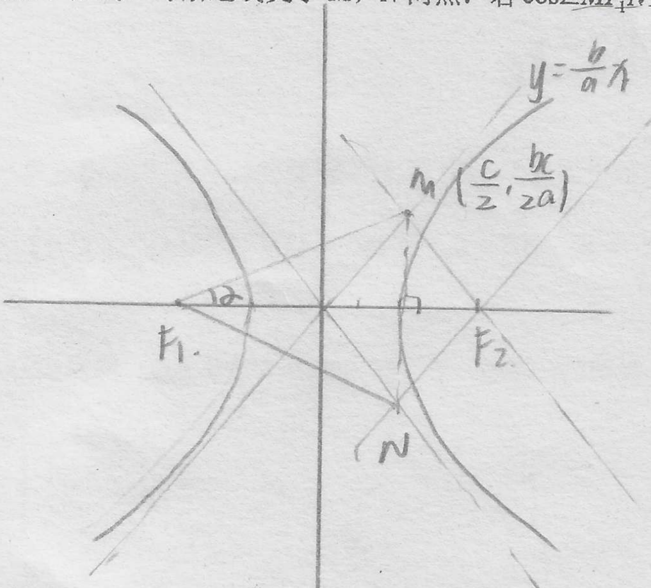
$\begin{cases}PF_1+PF_2=2a=2\sqrt{5}\\PF_1^2+PF_2^2=F_1F_2^2=4c^2=16\end{cases}$



$PF_1\cdot PF_2=2$.

【串讲激活】

4．已知F_1，F_2分别为双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，过$F_2$作$C$的两条渐近线的平行线，与渐近线交于$M$，$N$两点．若$\cos\angle MF_1N=\frac{5}{13}$，则$C$的离心率为 $\sqrt{5}$ ．



$\cos 2\alpha=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}=\frac{5}{13}$

$\tan\alpha=\frac{2}{3}$

$\tan\alpha=\frac{\frac{bc}{2a}}{\frac{3}{2}c}=\frac{2}{3}$

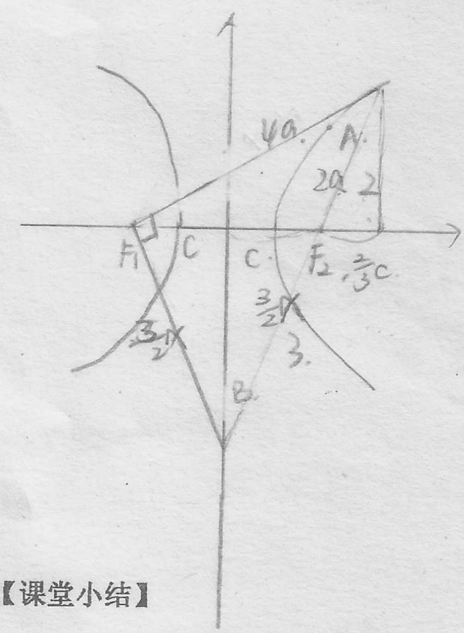
$b=2a$.

$b^2+a^2=5a^2=c^2$.

$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$.

【决胜高考】

5．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$．点A在$C$上，点$B$在$y$轴上，$\overrightarrow{F_1A}\perp\overrightarrow{F_1B},\overrightarrow{F_2A}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$，则$C$的离心率为 $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ ．



$(4a)^2-(\frac{8}{3}c)^2=(2a)^2-(\frac{2}{3}c)^2$.

$16a^2-\frac{64}{9}c^2=4a^2-\frac{4}{9}c^2$.

$12a^2=\frac{20}{3}c^2$.

$\frac{c^2}{a^2}=\frac{36}{20}$

$\frac{6}{2\sqrt{5}}$　$\frac{3\sqrt{5}}{5}$

【课堂小结】