1805 张婷婷

高三数学第二轮复习讲义（33）
转化为平面图形计算空间两点最短距离

【复习目标】

转化为平面图形就是要把相应几何体的平面展开图求出，再平面展开图上找到相应的两点求出距离即可

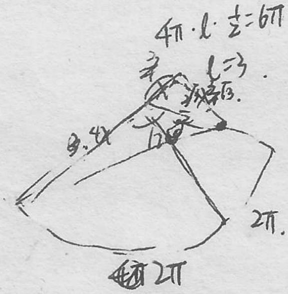
【典型例题】

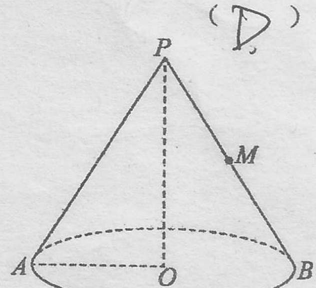
1. 在正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=3A_1B_1=6, AA_1=4$，点P为棱BB_1上的动点（含端点），则$AP+PC$的最小值是　　（B）

A．6　　B．$6\sqrt{3}$　　C．8　　D．$8\sqrt{3}$

2．如图，已知圆锥的底面圆心为O，半径$r=2$，表面积为10π，设母线PB中点为M，从A点沿圆锥表面到M的最近路线长为　　（D）

A．$\frac{3\sqrt{21}}{2}$　　B．$\frac{3\sqrt{21}}{4}$　　C．$\frac{3\sqrt{7}}{4}$　　D．$\frac{3\sqrt{7}}{2}$





4π.　6π.

3．（多选）如图，正方体$ABCD-A'B'C'D'$的棱长为4，M是侧面$ADD'A'$上的一个动点（含边界），点P在棱CC'上，且$|PC'|=1$，则下列结论正确的有　　（BCD）

A．沿正方体的表面从点A到点P的最短距离为$\sqrt{73}$　× $\sqrt{65}$

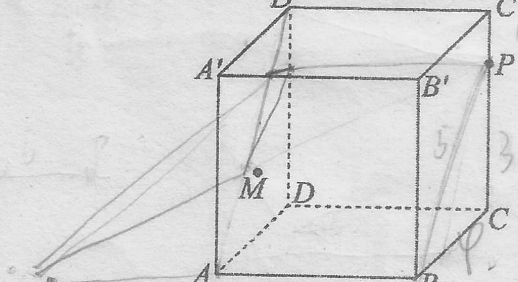
B．保持PM与BD'垂直时，点M的运动轨迹长度为$3\sqrt{2}$　✓

C．若保持$|PM|=2\sqrt{5}$，则点M的运动轨迹长度$\frac{4\pi}{3}$　✓

D．平面$AD'P$截正方体$ABCD-A'B'C'D'$所得截面为等腰梯形　✓

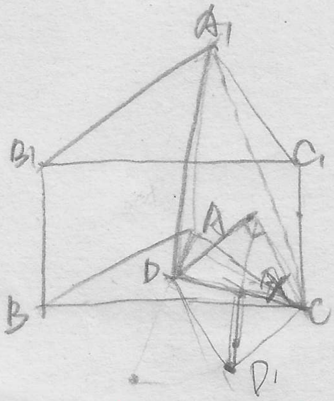
E. 求$PM+BM$的最小值　$\sqrt{89}$.

F. 若$M\in AD'$，求$PM+BM$的最小值.



4．在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=1$，点 D 是平面 ABC 上的动点，则 $A_1D+\frac{\sqrt{2}}{2}CD$ 的最小值是（B）

A. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



$A_1D+DD_1 \ge DD_1$

$A_1C=\sqrt{3}$　$=A_1C\cdot\sin\angle A_1CD$

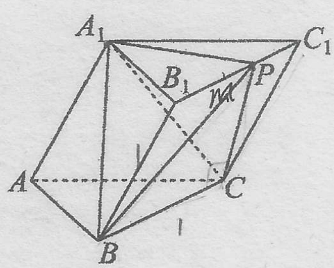
$=A_1C\sin(\angle A_1CD+45°)$

$V=sh$　$V_{P-ABC}=V_{C_1-A_1BC}=V_{B-A_1C_1C}=V_{B-A_1AC}=V_{A_1-ABC}=\frac{1}{3}sh$

5.如图所示，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长都为 1，$BC\perp CC_1$，点 P 为线段 B_1C_1 上的动点．

(1)若点 P 恰为线段 B_1C_1 上靠近点 C_1 的三等分点，求三棱锥 $P-A_1BC$ 和三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积之比；

(2)求 PA_1+PC 的最小值及此时 B_1P 的值．



(1)解：$V_{P-A_1BC}=V_{A_1-PBC}$

∵ $S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}S_{BB_1C_1C}$

∴ $V_{A_1-PBC}=\frac{1}{2}V_{A_1-BCC_1B_1}$

设 A_1 到面 BCC_1B_1 的距离为 d.

$V_{A_1-BCC_1B_1}=\frac{1}{3}\times 2\times V_{ABC-A_1B_1C_1}$

∴ $2V_{A_1-PBC}=\frac{2}{3}V_{ABC-A_1B_1C_1}$

$V_{A_1-PBC}=\frac{1}{3}V_{ABC-A_1B_1C_1}$

取 B_1C_1 中点 M

又∵ $A_1B_1=A_1C_1$

∴ M 为 B_1C_1 中点

∴ $A_1M=\frac{\sqrt{3}}{2}A_1B_1=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$B_1M=\frac{1}{2}$

∴ $(PB+PA_1)_{min}=A_1B$

∴ $A_1B=\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(1+\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$

$=\sqrt{\frac{1}{4}+1+\sqrt{3}+\frac{3}{4}}$

$=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

$B_1P=B_1M-PM$

∵ $PM=\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$=\sqrt{3}-\frac{3}{2}$

∴ $B_1P=\frac{1}{2}-(\sqrt{3}-\frac{3}{2})=2-\sqrt{3}$

综上：$(PA_1+PC)_{min}=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

此时 $B_1P=2-\sqrt{3}$

【课堂小结】

(2)解：