

高三数学第二轮复习讲义 (32)

运用转化思想处理直线与圆的位置关系

班级 14 姓名 张姝妤

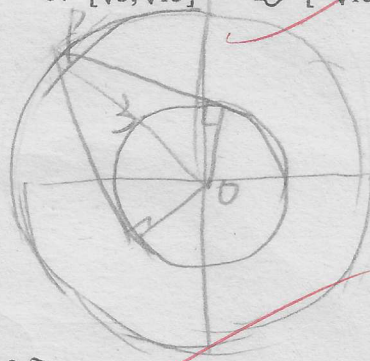
【复习目标】

在直线与圆、圆与圆的变化问题中，找寻点的存在可以运用轨迹化思想将问题转化为曲线与曲线之间的位置关系问题，使得问题解决更有具体的着眼点，事半功倍。

【例题探究】

1. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{9}{4}$ ，圆 $M: (x-a)^2 + (y-1)^2 = 1$ ，若圆 M 上存在点 P ，过点 P 作圆 O 的两条切线，切点分别为 A, B ，使得 $\angle APB = \frac{\pi}{3}$ ，则实数 a 的取值范围是 (D)

- A. $[-\sqrt{15}, \sqrt{15}]$ B. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ C. $[\sqrt{3}, \sqrt{15}]$ D. $[-\sqrt{15}, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, \sqrt{15}]$



2(多选). 下列命题中，表述正确的是 (B)(D).

A. 直线 $(3+m)x + 4y - 3 + 3m = 0 (m \in \mathbb{R})$ 恒过定点 $(-3, -3)$ \times
 $3x + mx + 4y - 3 + 3m = 0$ $m(x+3) + 3x + 4y - 3 = 0$ $x = -3, y = 3.$

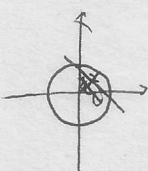
B. 圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上有且仅有 3 个点到直线 $l: x - y + \sqrt{2} = 0$ 的距离都等于 1 \checkmark

C. 直线 $y = k(x-2) + 4$ 与曲线 $y = 1 + \sqrt{4-x^2}$ 有两个不同的交点，则实数 k 的取值范围是

$(\frac{5}{12}, \frac{3}{4})$ \times $kx - y - 2k + 4 = 0$ $(y-1)^2 = 4-x^2$ $x^2 + (y-1)^2 = 4$ $(2, 1)$ $(2, 4)$ $\frac{3}{4}$

D. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 1$ ，点 P 为直线 $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$ 上一动点，过点 P 向圆 C 引两条切线 PA, PB ，

A, B 为切点，则直线 AB 经过定点 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$



【变式联想】

3. “ $a \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ”是“圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $C_2: (x-a)^2 + (y+a)^2 = 1$ 有公切线”的 (A)

$d_{C_1 C_2} \geq |r_1 - r_2|$

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

$\therefore a \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $a \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

∴ 推大

【申讲激活】

4. 若直线 $3x - 4y + 5 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 相交于A,B两点, 且 $\angle AOB = 120^\circ$ (O为坐标原点), 则 $r = \underline{2}$.

【决胜高考】

5. 已知圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0), B(m, 0) (m > 0)$, 若圆C上存在点P,

$x^2 + y^2 = m^2$

使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则m的最大值为 (B)

A.7

B.6

C.5

D.4

公切线

