

高三数学第二轮复习讲义 (28)

运用几何关系计算空间角与距离问题

班级 14 姓名 张林妍

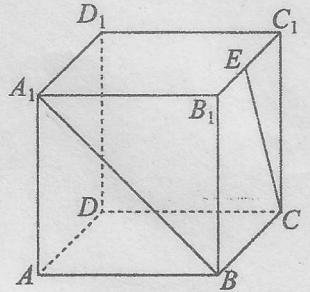
【专题分析】

综合法求解空间角和距离时要结合相应角或者距离的定义。

【例题探究】

例 1. (1) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 B_1C_1 的中点, 则异面直线 BA_1 与 CE 所成角的余弦值为

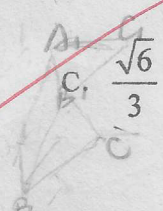
- A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (D)



$(0, -2, 2)$
 $(1, 0, 2)$
 $4 > \sqrt{5}$
 $\frac{4}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$

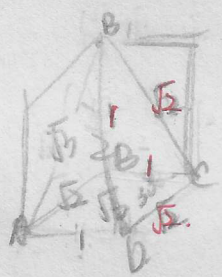
(2) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长相等, 且 $\angle A_1AB = \angle A_1AC = 45^\circ, \angle BAC = 60^\circ$, 则异面直线 AB 与 B_1C 所成角的余弦值为 (D)

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ (D)



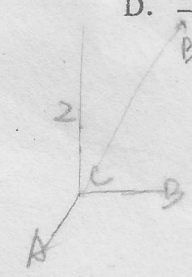
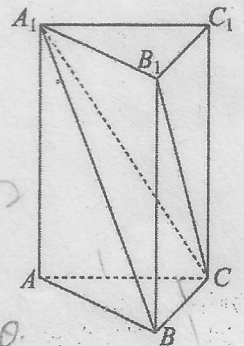
例 2. (1) 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 B_1D 与平面 $ABCD$ 和平面 AA_1B_1B 所成的角均为 30° , 则

- A. $AB = 2AD$ (X)
B. AB 与平面 AB_1C_1D 所成的角为 30° (X)
C. $AC = CB_1$ (X)
D. B_1D 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 45° (D)



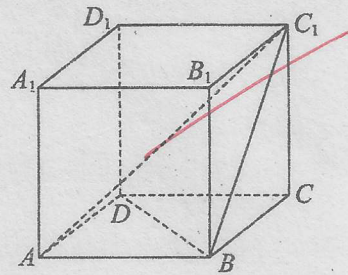
(2) 《九章算术》是我国古代数学名著, 它在几何学中的研究比西方早一千多年, 例如堑堵指底面为直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱; 鳖臑指的是四个面均为直角三角形的三棱锥如图, 在堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 若 $AC = BC = 1, AA_1 = 2$, 直线 B_1C 与平面 ABB_1A_1 所成角的余弦值为 (B)

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



$(1, 1, 0)$
 $(0, -1, 2)$
 $\frac{1}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

例 3. (1) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 C_1-AB-D 的平面角等于 45° .



(2) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA=AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, $PA \perp$ 平面 ABC , O 为 PB 的中点, 则①直线 CO 与平面 PAC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$; ②二面角 $A-PB-C$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

Handwritten calculations for the second part of Example 3:

$$\vec{PB} = (-2, 2, -2)$$

$$|\vec{PB}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\vec{OC} = (1, 1, 0)$$

$$|\vec{OC}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{PB} = (-2) \cdot 1 + 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 0 = 0$$

Handwritten calculations for the second part of Example 3:

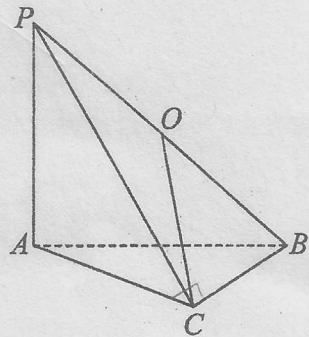
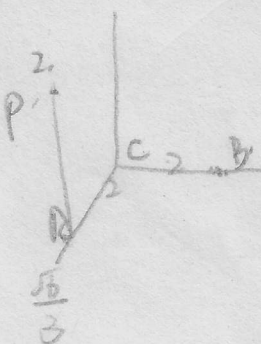
$$\vec{PA} = (2, 0, 2)$$

$$|\vec{PA}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{AC} = (0, 2, 0)$$

$$|\vec{AC}| = 2$$

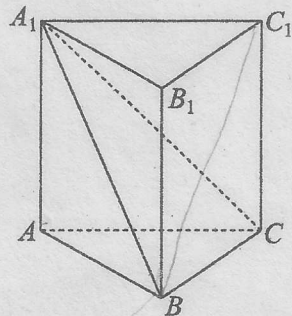
$$\vec{PA} \cdot \vec{AC} = 2 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 0$$



例 4. 如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 4, ΔA_1BC 的面积为 $2\sqrt{2}$, 则点 A 到平面 A_1BC 的距离为 $\frac{4}{3}$.

Handwritten calculation for Example 4:

$$2\sqrt{2} \cdot h \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$



(2) 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 E, F 分别是 DD_1, BB_1 的中点, 则①直线 FC_1 与直线 AE 间的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

②直线 BC 与直线 AE 间的距离为 1 .

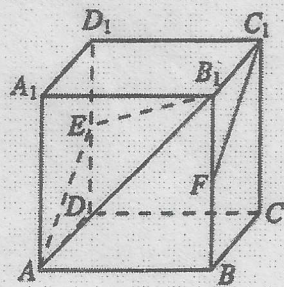
Handwritten calculations for the second part of Example 4:

$$\vec{AE} = (1, 1, 0.5)$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0.5^2} = \sqrt{2.25} = 1.5$$

$$\vec{FC_1} = (1, 0, 0.5)$$

$$|\vec{FC_1}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + 0.5^2} = \sqrt{1.25} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



【课堂小结】