4月3日课时作业

姓名： 张姝妍　　班级： 14　　考场/座位号：

注 意 事 项
1、答题前请将姓名、班级、考场、准考证号填写清楚。 2、客观题答案必须使用2B铅笔填涂，修改时用橡皮擦干净。 3、主观题使用黑色签字笔书写。 4、必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效。 5、保持卷面整洁、完整。
正确填涂 ▬　错误填涂 ✓ ✗ ● ⁄

缺考标记 □

填 涂							
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、选择题

1 [A] [B] [C] [D]　2 [A] [B] [C] [D]　3 [A] [B] [C] [D]　4 [A] [B] [C] [D]　5 [A] [B] [C] [D]
6 [A] [B] [C] [D]

1. 设甲：函数 $f(x)=\ln(\ln x)$ 有意义，乙：函数 $g(x)=\sqrt{\ln x}$ 有意义，则 （ A ）

$x>1$

A. 甲是乙的充分不必要条件　　B. 甲是乙的必要不充分条件
C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲是乙的既不充分也不必要条件

2. 已知平面向量 $\vec{a}=(2,x)$，$\vec{b}=(1,1)$，若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $x(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{b}$，则 $x=$ （ D ）

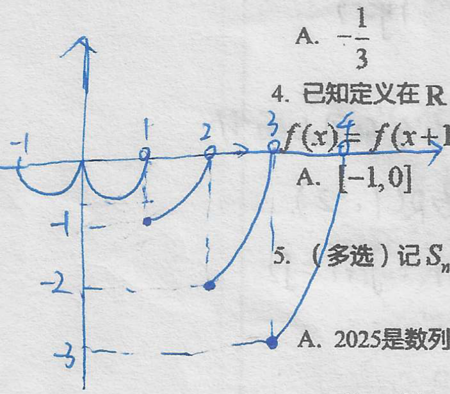
$\frac{(2+x)\vec{b}}{\vec{b}^2}$

A. $\frac{1}{2}$　　B. -2　　C. $\frac{3}{2}$ 或 -2　　D. $\frac{1}{2}$ 或 -2

3. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 A,B，点 M 在 C 上，且 $|BM|=4\sqrt{13}$，$|AM|=10$，$\tan\angle BAM=\frac{4}{3}$，则点 M 的横坐标为 （ B ）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. -3　　C. -2　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

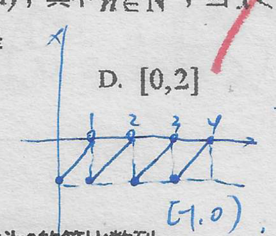
4. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足当 $n-1\le x<n$，$f(x)=x(x-n)$，其中 $n\in N^*$，当 $x<0$ 时，$f(x)=f(x+1)$，若方程 $f(x)=kx$ 有无穷多个解，则 k 的取值范围是 （ A ）



A. $[-1,0]$　　B. $[-2,0]$　　$f(x)=x(x-n)=kx$　　C. $[0,1]$　　D. $[0,2]$

$x-n=k$

5. （多选）记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n=\begin{cases}2^n, n\text{为奇数},\\ \frac{n}{2}+1, n\text{为偶数},\end{cases}$ 则



ACD

A. 2025是数列 $\{a_n\}$ 中的项　　B. 数列 $\{a_{2n-1}\}$ 是公比为2的等比数列

C. $S_6=51$ ✓　　D. 若 $c_n=a_{2n}$，则数列 $\left\{\frac{1}{c_nc_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和小于 $\frac{1}{2}$

6.（多选）设双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 A，B，点 P 在双曲线 Γ 的右支上，且 $|AP|=2|PB|$，已知 Γ 的实轴长一定，则 （ AC ）

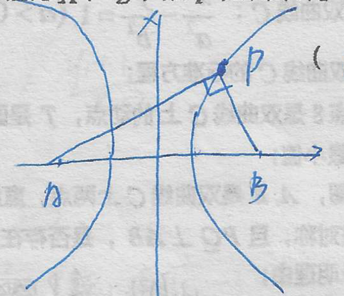
a为定值．阿氏圆．

A. 若 $\triangle APB$ 为锐角三角形，则 Γ 的离心率 $e\in(\sqrt{3},\sqrt{5})$

B. 若 $\triangle APB$ 为钝角三角形，则 Γ 的离心率 $e>\sqrt{5}$

C. 当 $\angle PAB$ 取得最大值时，$\triangle APB$ 为直角三角形

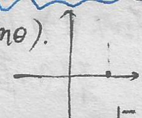
D. 当 $\triangle APB$ 为直角三角形时，$\triangle APB$ 的面积最大



$S=\frac{1}{2}PA\cdot PB\sin\angle APB$

二、填空题

$\vec{a}-\vec{b}=(0,\cos\theta-\sin\theta)$．



$\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 已知向量 $\vec{a}=(1,\sin\theta),\vec{b}=(1,\cos\theta)$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的最大值为 $\underline{\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ }$．

$|\ln(1-x)|=\frac{1}{e}(1-x)$．

$\ln(-x)\longrightarrow\ln[-(x-1)]$

$k=-\frac{1}{e}$时．

$\ln(1-x)=\frac{1}{x-1}=-\frac{1}{e}$．

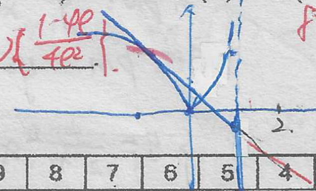
$1-x=e$

$x=1-e$．

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\ln(1-x)|,x<1\\(x-2)^2+a,x\ge1\end{cases}$，$g(x)=\frac{1}{e}(1-x)$，若函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有且仅有三个交点，则实数 a 的取值范围是 $\underline{(-\infty,-1)\cup\{\frac{1-4e}{4e^2}\}}$．

$f'(x)=2x-4=-\frac{1}{e}$

$x=2-\frac{1}{2e}$．



$(\frac{1}{2e})^2+a=\frac{1}{2e^2}-\frac{1}{e}$

$a=\frac{1}{4e^2}-\frac{1}{e}=\frac{1-4e}{4e^2}$

切点$(1-e,1)$

$y-1=-\frac{1}{e}(x-1+e)$

$y=-\frac{1}{e}x+\frac{1}{e}$

正好相切．

三、解答题

						13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

9. 某科技公司统计了过去10年每年的研发投入 x（单位：亿元）和营业额 y（单位：亿元）的数据，如下表：

x/亿元	12.1	12.5	11.3	12.4	13.1	11.5	11.0	11.3	12.6	12.2
y/亿元	650	680	620	660	695	640	600	630	665	660

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=169.5$，$\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2=4.26$，$\sum\limits_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2=7250$，$\sqrt{30885}\approx176$．参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\cdot\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$．

（1）估计该公司平均每年的研发投入和平均每年的营业额；

（2）求样本 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,10)$ 的相关系数（精确到0.01）；

（3）已知 y 与 x 的关系可以用线性回归模型 $\hat{y}=bx+170$ 进行拟合，若该公司今年投入13.5亿元用于研发，利用该模型预测该公司今年的营业额．

(1)解：$\bar{x}=\frac{1}{10}\times(12.1+12.5+11.3+12.4+13.1+11.5+11.0+11.3+12.6+12.2)$
$=12$．

$\bar{y}=\frac{1}{10}\times(650+680+620+660+695+640+600+630+665+660)$
$=650$．

(2)解：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2}}=\dfrac{169.5}{\sqrt{4.26}\cdot\sqrt{7250}}\approx0.96$．

(3)解：$650=12b+170\Rightarrow b=40$．$\hat{y}=40x+170$．

当 $x=13.5$ 时．

$\hat{y}=13.5\times40+170=710$ 亿元．

答：今年营业额为710亿元．

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

10. 已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$，点 $P(2,-1)$ 在双曲线 C 上；

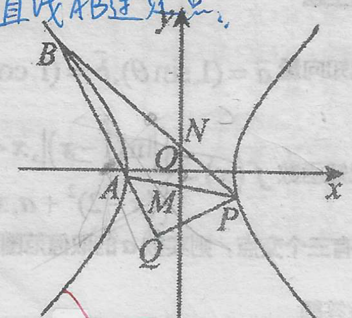
（1）求双曲线 C 的标准方程；

（2）设点 S 是双曲线 C 上的动点，T 是圆 E：$(x-5)^2+y^2=2$ 上的动点，且直线 ST 与圆 E 相切，求 $|ST|$ 的最小值；

（3）如图，A,B 是双曲线 C 上两点，直线 PA,PB 与 y 轴分别交于点 M,N，点 Q 在直线 AB 上；若 M,N 关于原点对称，且 $PQ\perp AB$，是否存在点 R，使得 $|QR|$ 为定值；若存在，求出该定点 R 的坐标；若不存在，请说明理由；

Q在以R为圆心，QR为半径的圆上。

转化，直线AB过定点。



(1) $e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$

$\therefore \frac{c^2}{a^2}=2$

$\because$ 过 $P(2,-1)$

$\therefore \frac{4}{a^2}-\frac{1}{b^2}=1$.

$\Rightarrow a^2=b^2=3$.

$c^2=6$

$\therefore \frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{3}=1$.

(3)解：设 $P(2,-1)$.

$N(0,t)$. $M(0,-t)$.

$k_{PN}=\frac{-1-t}{2}$

$\because$ 过 $N(0,t)$

$\therefore PN$：$y=\frac{-(t+1)}{2}x+t$

同理 PM：$y=\frac{t-1}{2}x-t$.

$\begin{cases} y=\frac{-(t+1)}{2}x+t \\ x^2-y^2-3=0 \end{cases} \Rightarrow \frac{3-t^2-2t}{4}+t(t+1)x-(t^2+3)=0$

$\therefore x_Px_B=\frac{4(t^2+3)}{t^2+2t-3}$ $\quad\because x_P=2$

$\therefore x_B=\frac{2t^2+6}{t^2+2t-3}$

$\therefore y_B=$

$y_{AB}=kx+b$.

$A(x_1,y_1)\quad B(x_2,y_2)$.

$k_{BP}=\frac{y_2+1}{x_2-2}\quad k_{AP}=\frac{y_1+1}{x_1-2}$.

直线 $BP=\frac{y_2+1}{x_2-2}(x-2)-1$ 令 $x=0$ $y_N=-2\frac{y_2+1}{x_2-2}$

直线 $AP=\frac{y_1+1}{x_1-2}(x-2)-1$ 令 $x=0$ $y_M=-2\frac{y_1+1}{x_1-2}$

$\therefore y_N+y_M=0$

$\Rightarrow 2\left(\frac{y_2+1}{x_2-2}+\frac{y_1+1}{x_1-2}\right)+2=0$.

(2)解：$\because ST$ 与 E 相切

$\therefore ET\perp ST$.

$\therefore ST^2=SE^2-ET^2$

$=SE^2-2$.

$\therefore |ST|_{min}=|SE|_{min}$.

设 $S(x_0,y_0)$.

$\therefore SE^2=(x_0-5)^2+y_0^2$

$=x_0^2-10x_0+25+y_0^2$

$\because x_0^2-y_0^2=3$.

$\therefore y_0^2=x_0^2-3$

$\therefore SE^2=2x_0^2-10x_0+22$ $\quad x_0\in[2,+\infty),(-\infty,-2]$.

$=2(x_0-\frac{5}{2})^2+\frac{19}{2}$

$\therefore SE^2{}_{min}=\frac{19}{2}$

$\therefore ST^2{}_{min}=\frac{15}{2}\quad |ST|_{min}=\frac{\sqrt{30}}{2}$

$$\frac{y_2+1}{x_2-2}+\frac{y_1+1}{x_1-2}=-1.$$

$$x^2-y^2=3.$$

$$[(x-2)+2]^2-[(y+1)-1]^2-3=0.$$

$$(x-2)^2+4(x-2)+4-(y+1)^2+2(y+1)-4=0.$$

$$(x-2)^2+4(x-2)-(y+1)^2+2(y+1)=0.$$

设 $m(x-2)+n(y+1)=1$.

$$(x-2)^2+4(x-2)[m(x-2)+n(y+1)]-(y+1)^2+2(y+1)[m(x-2)+n(y+1)]=0.$$

$$(1+4m)(x-2)^2+(4n+2m)(x-2)(y+1)+(2n-1)(y+1)^2=0.$$

$$(2n-1)\left(\frac{y+1}{x-2}\right)^2+(4n+2m)\frac{y+1}{x-2}+1+4m=0.$$

$$-\frac{4n+2m}{2n-1}=-1$$

$$4n+2m=2n-1$$

$$2n+2m+1=0.$$

$$m(x-y-3)-\frac{1}{2}(y+3)=0.$$

$\therefore \begin{cases} x-y-3=0 \\ y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$

$\therefore$ 过定点 $D(0,-3)$

$\therefore$ Q在以 DP 为直径的圆上运动.

$\therefore$ 圆心为 $R(1,-2)$.

$\therefore QR=r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$.