高三数学综合训练（4月16号作业）

姓名：张姝妍　　班级：14　　考场/座位号：

注 意 事 项
1、答题前请将姓名、班级、考场、准考证号填写清楚。 2、客观题答案必须使用2B铅笔填涂，修改时用橡皮擦干净。 3、主观题使用黑色签字笔书写。 4、必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效。 5、保持卷面整洁、完整。
正确填涂 ▬　错误填涂 [✓] [×] [●] [/]

缺考标记 ☐

填 涂

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、选择题

1 [A] [B] [C] [D]　2 [A] [B] [C] [D]　3 [A] [B] [C] [D]　4 [A] [B] [C] [D]　5 [A] [B] [C] [D]

6 [A] [B] [C] [D]　7 [A] [B] [C] [D]　8 [A] [B] [C] [D]

1. “$a>b+2$”是“$e^a>e^b$”的______条件.　（A.）

A. 充分不必要　B. 必要不充分　C. 既不充分又不必要　D. 充要

2. 已知复数z满足$z(1-i)=2$，其中i为虚数单位，则$z\cdot\bar{z}$的值是　$(1+i)(1-i)=1-i^2=2$　（D）

A. 1　B. $\sqrt{2}$　C. $\sqrt{3}$　D. 2

3. 已知$\alpha,\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\alpha+\beta+\gamma=\pi$，$\tan\gamma=\frac{3}{4}$，则$\cos(\alpha+\beta)$的值为　（B）

A. -0.6　B. -0.8　C. 0.6　D. 0.8

4. 函数$f(x)=ax^2-(a-1)x-2$在区间$(-\infty,2]$上是增函数，则a的取值范围是　（D）

A. $\left[-\frac{1}{3},0\right)$　B. $\left[-\frac{1}{3},+\infty\right)$　C. $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right]$　D. $\left[-\frac{1}{3},0\right]$

5. 化简$\dfrac{5^{\log_3 6}}{15^{\log_3 2}}=$　（A）

A. $\frac{5}{2}$　B. $\frac{3}{2}$　C. 5　D. 3

6. 已知正四面体$ABCD$各条棱的中点都在球O的表面上，则球O的表面积与该正四面体的表面积之比为　πa^2　$2\sqrt{3}a^2$　（C）

A. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}$　C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　$\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$　$\frac{\sqrt{3}}{6}\pi$　D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{36}$

7.（多选）下列说法正确的是　~~AC~~ ~~ABC~~

A. 回归分析中常用残差平方和来刻画拟合效果好坏，残差平方和越小，拟合效果越好 ✓　真

B. 已知y关于x的回归方程为$\hat{y}=0.3-0.7x$，则样本点$(3,-4)$的残差为-2.2 ✓　一估　一估.

C. 设A,B为两个随机事件，$P(A)>0$，若$P(B|A)=P(B)$，则事件A与事件B相互独立

D. 若样本数据x_1，x_2，…，x_{10}的方差为2，则数据$2x_1-1$，$2x_2-1$，…，$2x_{10}-1$的方差为~~4~~　8

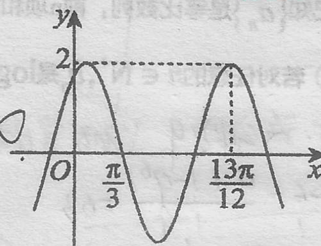
8.（多选）已知函数$f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$的部分图象如图所示，则 （AB~~D~~）

A. $f(x)$的最小正周期为π ✓

B. $f(x)$在$\left[-\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right]$上单调递增 ✓

C. $f(x)$的图象可由$g(x)=2\sin 2x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度得到 ✗

D. 函数$F(x)=f\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{24}\right)+f\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$的最小值为$-\dfrac{9}{4}$



$2\cos(x-\frac{\pi}{4})+2\cos(2x-\frac{\pi}{2})$

$2\cos\alpha+2\cos 2\alpha=2t+2(2t^2-1)=4t^2+2t-2$. $t\in[-1,1]$

二、填空题

9. 已知$(1+x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，则$32a_0+16a_1+8a_2+4a_3+2a_4+a_5=$ 243 . ✗

$32(a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{4}+\frac{a_3}{8}+\frac{a_4}{16}+\frac{a_5}{32})$ 令$x=\frac{1}{2}$

10.现有1个白球、3个黑球，将它们随机放入如图所示的编号为1～6的抽屉内，每个抽屉至多放一个球，且所有黑球均放在白球的左侧。设白球所在抽屉的编号为X，则$E(X)=$ ______. ✗

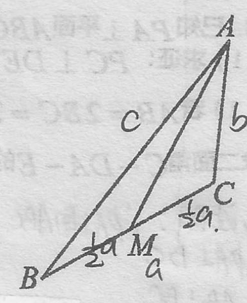
1	2	3	4	5	6

$x=4$ $\frac{1}{C_6^4}$ $x=5$ $\frac{C_4^3}{C_6^4}$ $x=6$ $\frac{C_5^3}{C_6^4}$ $\frac{28}{5}$

三、解答题

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

11. 在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，若$b\cos C+c\cos B=2b\sin A$，且$\sin A\geq\sin B$.
（1）求角B的值；（2）若$\cos C+\sin B=0$，且$\triangle ABC$的面积为$4\sqrt{3}$，求BC边上的中线AM的长。



(1) 解：由正弦定理可得，

$\sin B\cos C+\sin C\cos B=2\sin B\sin A$.

$\sin A=2\sin B\sin A$

$\because A\in(0,\pi)$

$\therefore \sin A\neq 0$

$\therefore 2\sin B=1$

$\sin B=\frac{1}{2}$ $B=\frac{\pi}{6}$或$\frac{5}{6}\pi$

$\because B\in(0,\pi)$，且$\sin A\geq\sin B$ $\therefore a\geq b$

$\therefore \angle A\geq\angle B$

$\therefore B=\frac{\pi}{6}$

(2) 解：$\because \cos C+\sin B=0$

$\sin B=\frac{1}{2}$

$\therefore \cos C=-\frac{1}{2}$ $\because C\in(0,\pi)$

$\therefore C=\frac{2\pi}{3}$

$\therefore A=\frac{\pi}{6}$

~~$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$~~

~~$\therefore bc=16\sqrt{3}$~~

~~$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B$~~

$\therefore A=B=\frac{\pi}{6}$

$\therefore a=b$.

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$

$\therefore a=b=4$, $c=4$

$\because M$为BC中点

$\therefore BM=2$

$\therefore$在$\triangle ABM$中

$AM^2=BM^2+BA^2-2BM\cdot BA\cdot\cos B$

$AM=2\sqrt{7}$

综上：AM长为$2\sqrt{7}$

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

12. 已知$\{a_n\}$是等比数列，前n项和为$S_n\left(n\in N^*\right)$，且$\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}=\frac{2}{a_3}$，$S_6=63$.（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若对任意的$n\in N^*$，b_n是$\log_2 a_n$和$\log_2 a_{n+1}$的等差中项，求数列$\left\{(-1)^n b_n^2\right\}$的前2n项和.

(1)解：设公比为q ∵$\{a_n\}$为等比数列

∴ $S_6=\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}=63$.

$\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_1q}=\frac{2}{a_1q^2}$

当q=-1时，无解.

当q=2时，$a_1=1$

∴ $a_n=1\cdot 2^{n-1}$

$=2^{n-1}$

综上：$a_n=2^{n-1}$

(2) 解：$b_n=\frac{\log_2 a_n+\log_2 a_{n+1}}{2}$

∴ $b_n=n-\frac{1}{2}$

~~当n为奇数时~~ 令$\{(-1)^n b_n^2\}$的前和为T_n.

$T_n=-b_1^2+b_2^2-b_3^2+b_4^2-\cdots-b_{2n-1}^2+b_{2n}^2$

$=(b_2-b_1)(b_2+b_1)+(b_4-b_3)(b_4+b_3)+\cdots+(b_{2n}-b_{2n-1})(b_{2n}+b_{2n-1})$

$=(b_1+b_2+\cdots+b_{2n-1}+b_{2n})$

$=\frac{(1+2n)2n}{2}-\frac{1}{2}\times 2n$

$=2n^2$

综上：前2n项和为$2n^2$.

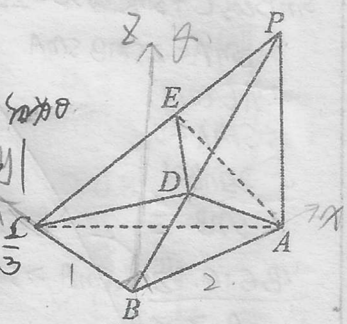
	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

13. 已知$PA\perp$平面ABC，$AB\perp BC$，D，E分别为PB，PC上的点，且$AD\perp PB$，$AE\perp PC$.

（1）求证：$PC\perp DE$；

（2）若$AB=2BC=2$，直线AB与平面ADE所成角的正弦值为$\frac{2}{3}$，

求二面角$C-DA-E$的余弦值.



(1)证明：∵PA⊥面ABC

∴PA⊥BC

∵AB⊥BC

PA∩AB=A.

PA、AB⊂面PAB

∴BC⊥面PAB

∴AD⊥BC

∵AD⊥BP

BC∩BP=B

BC、BP⊂面PBC

∴AD⊥面PBC

∴AD⊥PC

∵AE⊥PC

AE∩AD=A

AE、AD⊂面AED

∴PC⊥面ADE

∴PC⊥DE

(2)解：过B作BQ⊥面ABC.

∵BQ⊥面ABC.

∴BQ⊥BC，BQ⊥AB

∵AB⊥BC

∴以BA、BC、BQ所在直线分别为x、y、z轴建系.

∵PA⊥面ABC

∴PA∥BQ

设AP=a

∴P(2,0,a).

C(0,1,0).

A(2,0,0)

∴ $\vec{BA}=(2,0,0)$

∵CP⊥面ADE

∴设面ADE的法向量为$\vec{n}$

∴$\vec{n}=\vec{CP}=(2,-1,a)$.

设AB与面ADE夹角为θ

$\sin\theta=|\cos\langle\vec{n},\vec{BA}\rangle|$

$=\left|\frac{4}{\sqrt{5+a^2}\cdot 2}\right|=\frac{2}{3}$

∵a>0

⇒ a=2.

设夹角为θ

∴P(2,0,2). $\vec{n_1}=(2,-1,2)$ $\cos\theta=|\cos\langle\vec{n_1},\vec{n_2}\rangle|$

∵AB=AP，AD⊥BP

∴D为BP中点

∴D(1,0,1).

∴$\vec{CD}=(1,-1,1)$

$\vec{AD}=(-1,0,1)$

设面CDA的法向量为$\vec{n_2}=(x,y,z)$

$\begin{cases}x-y+z=0\\-x+z=0\end{cases}$ 令x=1 ∴$\vec{n_2}=(1,2,1)$

$=\left|\frac{2-2+2}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{6}}\right|$

$=\frac{\sqrt{6}}{9}$

综上：余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{9}$