



# 高三数学第二学期滚动练习(4)

姓名: 张姝妍

班级: 14

考场/座位号: \_\_\_\_\_

## 注意事项

- 1、答题前请将姓名、班级、考场、准考证号填写清楚。
- 2、客观题答案必须使用2B铅笔填涂, 修改时用橡皮擦干净。
- 3、主观题使用黑色签字笔书写。
- 4、必须在题号对应的答题区域内作答, 超出答题区域书写无效。
- 5、保持卷面整洁、完整。

正确填涂  错误填涂

缺考标记

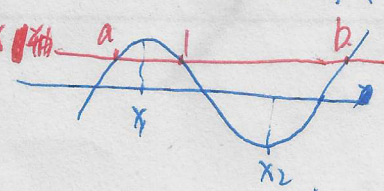
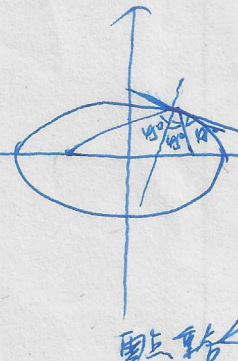
## 填涂

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

## 一、选择题

- 1 [A][B][C]  2  [B][C][D] 3 [A][B][C]  4  [B][C][D] 5  [B][C][D]  
6 [A]   [D]

1. 若复数  $z$  满足  $\frac{z}{1-i} = i$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z$  在复平面上所对应的点在 ( D )  
 $\bar{z} = i - i^2 = 1 + i$   
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知四边形  $ABCD$  为正方形,  $P$  为线段  $AC$  上一点 (不包括端点  $A, C$ ), 则  $\overrightarrow{AP} =$  ( A )  
 A.  $\lambda(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$ ,  $\lambda \in (0, 1)$  B.  $\lambda(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$ ,  $\lambda \in (0, \sqrt{2})$   
 C.  $\lambda(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD})$ ,  $\lambda \in (0, 1)$  D.  $\lambda(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC})$ ,  $\lambda \in (0, \sqrt{2})$
3. 新能源汽车具有零排放、能源利用率高等特点, 近年来备受青睐. 某新能源汽车制造企业为调查其旗下 A 型号新能源汽车的耗电量 (单位: kW·h/100km) 情况, 随机调查得到了 1000 个样本, 据统计该型号新能源汽车的耗电量  $\xi \sim N(13, \sigma^2)$ , 若  $P(12 < \xi < 14) = 0.7$ , 则样本中耗电量小于 12 kW·h/100km 的汽车大约有 ( D )  
 A. 700 辆 B. 350 辆 C. 300 辆 D. 150 辆
4. 已知直线  $y = -2x + 4$  与抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 交于  $A, B$  两点, 且  $OA \perp OB$  ( $O$  为坐标原点), 则  $p =$  ( A )  
 A. 1 B. 2 C. 4 D. 不确定
5. 设  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左右焦点, 过椭圆  $C$  上一点  $P$  作切线  $PT$  交  $x$  轴于点  $T$ , 若  $\angle F_1PT = 45^\circ$ ,  $\angle F_2TP = 15^\circ$ , 则该椭圆的离心率是 ( A )  
 A.  $\sqrt{3} - 1$  B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  C.  $\sqrt{2} - 1$  D.  $\frac{1}{2}$
6. (多选) 设函数  $f(x) = (x-1)(x-a)(x-b)$ , 其中  $a < 1 < b$ . 则下列说法正确的是 ( BCD )  
 A.  $f(x)$  可能为奇函数 *此为三次函数*  
 B.  $f(x)$  既有极大值也有极小值 *对*  
 C. 若  $f(x)f(2-x) \leq 0$  恒成立, 则  $a+b=2$  *a=2-b, b=2-a*  
 D. 若  $x_1, x_2$  是方程  $f'(x) = 0$  的两个不同实根, 且  $f(x_1) + f(x_2) < 0$ , 则  $a+b > 2$  *a+b 能大于 1*



$f(x), f(-x)$  关于  $x=1$  对称  
 $f(1-x)$  与  $f(x+1)$  关于  $x=0$  对称  
 三次函数, 对称中心  $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

二、填空题

7. 已知  $(\frac{1}{x} - 2x)^n$  的展开式中第3项与第5项的二项式系数相等, 则  $n = \underline{6}$  X

8. 已知集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $f(x)$  是  $M \rightarrow M$  的函数, 且满足  $f(f(x)) = 1$ , 则这样的函数  $f(x)$  的个数为 41 X

$f(1)=1 \quad f(f(1))=1$   
 $f(1)=2 \quad f(f(1))=f(2)=1$   
 $f(2)=1 \quad f(f(2))=f(1)=1$   
 $f(2)=2 \quad f(f(2))=f(2)=2 \neq 1$   
 $f(3)=2 \quad f(f(3))=f(2)=1$   
 $f(4)=2 \quad f(f(4))=f(2)=1$   
 $f(5)=2 \quad f(f(5))=f(2)=1$

三、解答题

9. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\tan(\frac{A-\pi}{2}) + \tan(\frac{A+\pi}{2}) = -6$ .

(1) 求  $\sin A$  的值; (2) 若  $AB$  边上的高等于  $\frac{3}{2}AB$ , 求  $\cos C$ .

解:  $\frac{\tan \frac{A}{2} - 1}{1 + \tan \frac{A}{2}} + \frac{\tan \frac{A}{2} + 1}{1 - \tan \frac{A}{2}} = -6$

$3 \tan \frac{A}{2} - 2 \tan \frac{A}{2} - 3 = 0$

$3 \sin^2 \frac{A}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} - 3 \cos^2 \frac{A}{2} = 0$

$-3 \cos A - \sin A = 0$

$3 \cos A + \sin A = 0$

$\because A \in (0, \pi)$

$\therefore \sin A > 0$

$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\therefore \sin A = \frac{3}{10}\sqrt{10}, \cos A = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

∴  $\sin A$  的值为  $\frac{3}{10}\sqrt{10}$ .

(2) 解:  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \frac{3}{2}AB$

$= \frac{3}{4}c^2$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$

$\therefore b = \frac{\sqrt{10}}{2}c$

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\Rightarrow a^2 = \frac{9}{2}c^2 \quad \therefore a = \frac{3}{\sqrt{2}}c$

分类  
 $1^\circ 2 \uparrow 1 \quad C_4^1$   
 $2^\circ 3 \uparrow 1 \quad C_4^2 \cdot 2^2$   
 $3^\circ 4 \uparrow 1 \quad C_4^3 \cdot 3$   
 $4^\circ 5 \uparrow 1 \quad 1$

$\frac{4 \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan^2 \frac{A}{2}} = -6$

$2 \tan A = -6$

4  
 20  
 12  
 1

10. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2-1} = 1 (a > 1)$

- (1)  $a = 2$ , 求双曲线  $C$  的渐近线方程.
- (2) 设  $A_1, A_2$  为双曲线  $C$  的左右顶点, 双曲线  $C$  上一点  $E$  的纵坐标为 1, 且  $\vec{EA}_1 \cdot \vec{EA}_2 = 3$ , 求  $a$  的值;
- (3) 已知点  $A(2, 1)$  在双曲线上, 直线  $l$  交  $C$  于  $P, Q$  两点, 直线  $AP, AQ$  的斜率之和为 0, 求直线  $l$  的斜率.

(1) 解:  $\because a = 2$

$\therefore C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

$\therefore a = \sqrt{4}, b = \sqrt{3}$

$\therefore$  渐近线为  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

(2) 解:  $A_1(-a, 0), A_2(a, 0)$

设  $E(x_0, 1)$

$\begin{cases} x = x_0 \\ y = 1 \end{cases}$

$\therefore x_0^2 = \frac{a^4}{a^2-1}$

$\therefore \vec{EA}_1 = (-a - x_0, -1)$

$\vec{EA}_2 = (a - x_0, -1)$

$\therefore \vec{EA}_1 \cdot \vec{EA}_2 = x_0^2 - a^2 + 1$

$\therefore \frac{a^4}{a^2-1} - a^2 + 1 = 3$

$\Rightarrow a^2 = 2$

$\because a > 1$

$\therefore a = \sqrt{2}$

(3) 解:

(1) 解:  $A(2, 1)$  在双曲线上

$\frac{4}{a^2} - \frac{1}{a^2-1} = 1$

$\therefore a^2 = 2, a^2 - 1 = 1$

$\therefore C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

设  $l: y = kx + b$

设  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$

$\therefore k_{AP} = \frac{y_1-1}{x_1-2}, k_{AQ} = \frac{y_2-1}{x_2-2}$

$\therefore k_{AP} + k_{AQ} = 0$

$\therefore \frac{kx_1+b-1}{x_1-2} + \frac{kx_2+b-1}{x_2-2} = 0$

$kx_1x_2 - 2kx_1 + bx_2 - 2b - x_1 + 2 + kx_1x_2 + bx_1 - x_2 - 2kx_2 - 2b + 2 = 0$

$2kx_1x_2 + (b-2k)(x_1+x_2) - 4b + 4 = 0$

$\begin{cases} k^2 - 2y^2 - 2 = 0 \\ y = kx + b \end{cases}$

$\Rightarrow (1-2k^2)x^2 - 4kbx - 2b^2 - 2 = 0$

$\therefore x_1 + x_2 = \frac{4kb}{1-2k^2}$

$x_1x_2 = \frac{-2b^2-2}{1-2k^2}$

$\therefore 2bk^2 + (b-2b)k + 4 - b = 0$

$2k^2 + k + m + mk - 1 = 0$

$2k^2 + (m+1)k + m - 1 = 0$

$(2k+m-1)(k+1) = 0$

$\therefore$  不过点  $(2, 1)$

$\therefore k = -1$

