2026届高三(下)数学周末自主(4)

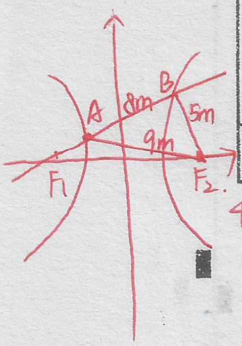
姓名：张姝妍　　班级：14　　考场/座位号：

注 意 事 项
1、答题前请将姓名、班级、考场、准考证号填写清楚。 2、客观题答案必须使用2B铅笔填涂，修改时用橡皮擦干净。 3、主观题使用黑色签字笔书写。 4、必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效。 5、保持卷面整洁、完整。
正确填涂 ■　　错误填涂 [✓] [×] [●] [/]

缺考标记 [ ]

填 涂

[0]	■	[0]	[0]	[0]	[0]	■	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	■	[1]	[1]	[1]
■	[2]	■	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	■	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	■
[6]	[6]	[6]	■	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]



4. $F_1A=9m-2a$. $BF_1=17m-2a$. $\}$ $\triangle AF_1F_2$

$BF_1=5m+2a$. $\}$ $\triangle BF_1F_2$

$\therefore 17m-2a=5m+2a$. $a=3m$.

在$\triangle BAF_2$中. $\cos\angle ABF_2=\frac{1}{10}$.

$\therefore F_1F_2^2=BF_1^2+BF_2^2-2BF_1\cdot BF_2\cos\theta$

$4c^2=(\frac{11}{3}a)^2+(\frac{5}{3}a)^2-2\cdot\frac{11}{3}a\cdot\frac{5}{3}a\cdot\frac{1}{10}$

$\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{15}}{2}$

一、选择题

1 ■ [B] [C] [D]　2 [A] ■ [C] [D]　3 [A] ■ [C] [D]　4 [A] [B] ■ [D]　5 [A] [B] ■ ■
6 ■ [B] [C] ■

1. 若复数z满足$\frac{z+1}{i-1}=|2+i|$，则z的虚部为　　　　(A)

A. $\sqrt{5}$　　B. i　　C. 1　　D. $\sqrt{5}i$

2. 已知向量$\vec{a}=(0,-2\sqrt{3})$，$\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，则向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影向量为　　　　(B)

A. $\left(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

3. 已知$f(x)$是定义在R上且周期为3的奇函数，当$-\frac{3}{2}<x<0$时，$f(x)=e^x$，则$f\left(\frac{3}{2}\right)+f\left(\ln\frac{3}{2}\right)=$

$f(x)=-f(-x)=-e^{-x}$　　$\therefore f(\ln\frac{3}{2})=-\frac{2}{3}$　　$f(\frac{3}{2})=0$.

(A. ~~B~~)

A. $-\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

4. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_1$的直线分别交双曲线的左、右两支于$A,B$两点，记$\triangle ABF_2$的内切圆的圆心为$I$，若$\triangle IBF_2,\triangle IBA,\triangle IAF_2$的面积之比为5:8:9，则该双曲线的离心率为

(A. ~~C~~)

A. $\frac{\sqrt{15}}{2}$　　B. 3　　C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

B. $x^3+x^2+ax-x^2-x-a+a$

5. （多）函数$f(x)=(x-1)(x^2+x+a)(a\in R)$，则下列说法正确的是　　　　(BCD)

A. 当$a=-2$时，$f(x)$的极小值为$f(-1)$.

B. $y=f(x)+a$为奇函数　$=x^3+ax-x$　　$g(x)=-x^3-ax+x$　　$-g(x)=-x^3-ax+x$　　$\therefore g(-x)=-g(x)$

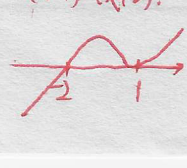
C. 当$-2<a<0$时，$f(x)$一定有三个零点

D. 若直线$y=x-a$与$f(x)$有三个交点x_1,x_2,x_3，则$x_1+x_2+x_3=0$　　$\therefore$ 为奇函数

A. 当$a=-2$时. $f(x)=(x-1)(x^2+x-2)$

$=(x-1)^2(x+2)$.

$\therefore f(x)$



6. （多）某摄影比赛组委会为防止AI作品弄虚作假，请技术专家来检测AI作品，专家的漏判率（将AI作品判定为正常摄影作品的概率）为10%，误判率（将正常摄影作品判定为AI作品的概率）为10%，假设本次比赛中每幅作品实际为AI作品的概率为5%，且每幅作品相互独立，则下列说法正确的是（ AD ）

A. 专家随机抽取两幅作品，这两幅作品实际都是AI作品的概率为0.0025

B. 专家随机抽取一幅作品，该作品的判定结果与实际情况不一致的概率为0.2

C. 专家随机抽取一幅作品，该作品被判定为AI作品的概率为0.15

D. 若一幅作品被专家判定为AI作品，则该作品实际也是AI作品的概率为$\frac{9}{28}$

二、填空题

7. 若$\frac{\cos 2\theta}{\cos\theta+\sin\theta}=-\frac{1}{5}$,$2\cos\theta+\sin\theta=2$，则$\tan\theta=$ $\frac{4}{3}$

8. 已知函数$y=f(x)=7x+n\cos(3x+7)$在定义域R上不单调，则正整数n的最小值是 3 .

三、解答题

						13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

9. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$nS_{n+1}-(n+1)S_n=2(n^2+n)$，且$a_1=2$.

(1)证明：$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列，并求$S_n$. (2)若$b_n=\frac{1}{2S_n-1}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$，求证：$T_n<\frac{1}{2}$.

(1)证明：$\because n\in N^*$

$\therefore n\neq 0 \quad n+1\neq 0$

$\therefore n(n+1)\neq 0$.

$\because nS_{n+1}-(n+1)S_n=2n(n+1)$

$\therefore \frac{S_{n+1}}{n+1}-\frac{S_n}{n}=2$

$\therefore \left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列

$\because a_1=S_1=2$

$\therefore \frac{S_1}{1}=2$

$\therefore \frac{S_n}{n}=2+2(n-1)=2n$

$\therefore S_n=2n^2$.

综上：$S_n=2n^2$

(2)解：$b_n=\frac{1}{2S_n-1}$

$=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right] \quad n\geq 1.$

$\therefore T_n=\frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right]$

$=\frac{n}{2n+1}$

$=\frac{1}{2+\frac{1}{n}}$

$\because n\in N^*$

$\therefore \frac{1}{n}>0$

$\therefore 2+\frac{1}{n}>2 \quad \therefore \frac{1}{2+\frac{1}{n}}<\frac{1}{2}$

$\therefore T_n<\frac{1}{2}$ 得证.

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

10. 在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\frac{b+c}{b}=4\cos^2\frac{A}{2}$.

(1)证明：$A=2B$.

(2)若$C=\frac{\pi}{2}$，$AB=4$，D，E是边AB上的两个点，且$\angle DCE=B$，求△CDE的面积的最小值.

(1)证明：$\frac{b+c}{b}=2\cos A+2$.

$b+c=2b\cos A+2b$.

$\therefore \sin B+\sin A\cos B+\cos A\sin B=2\sin B\cos A+2\sin B$.

$\sin A\cos B=\sin B\cos A+\sin B$.

$\therefore \sin(A-B)=\sin B$.

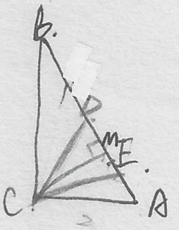
$\therefore A-B=B$ 或 $A-B+B=\pi$

$A=2B$ 或 $A=\pi$

$\because A,B\in(0,\pi)$

$\therefore A=2B$　$A=\pi$(舍)

综上：$A=2B$



$\frac{1}{2}CD\cdot CE\cdot\sin30^\circ=\frac{1}{2}DE\cdot\frac{\sqrt3}{2}$

$\frac{1}{4}CD\cdot CE=\frac{\sqrt3}{4}DE$

$\frac{1}{\sqrt3}CD\cdot CE=DE$.

(2)解：$\because C=\frac{\pi}{2}$，$A=2B$

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$，$B=\frac{\pi}{6}$

$\therefore \angle DCE=\frac{\pi}{6}$

过C作$CM\perp AB$.

$\therefore \angle CMA=90^\circ$.

$\because \angle BCA=90^\circ$

$\therefore AC=AB\sin30^\circ=2$.

$\therefore CM=AC\sin60^\circ=\sqrt3$.

$\therefore S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\cdot CM\cdot DE=\frac{\sqrt3}{2}DE$

$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\cdot CE\sin\angle DCE=\frac{1}{4}CD\cdot CE$.

$\therefore CD\cdot CE=2\sqrt3 DE$.

$\because DE^2=CD^2+CE^2-2\cos30^\circ CD\cdot CE$

$=CD^2+CE^2-\sqrt3CD\cdot CE\geq(2-\sqrt3)CD\cdot CE=(4\sqrt3-6)DE$.

$\therefore DE\geq4\sqrt3-6$

当且仅当$CD=CE$时取"="

$\therefore S_{\triangle CDE\,min}=6-3\sqrt3$.

综上：$S_{\triangle CDE\,min}$为$6-3\sqrt3$