第35课时 运用等价转化思想处理面积相关问题

姓名：张妹妹　　班级：14　　考场/座位号：

注 意 事 项

1、答题前请将姓名、班级、考场、准考证号填写清楚。
2、客观题答案必须使用2B铅笔填涂，修改时用橡皮擦干净。
3、主观题使用黑色签字笔书写。
4、必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效。
5、保持卷面整洁、完整。

正确填涂 ■　错误填涂 ✓ × ⬭ 〃

缺考标记 □

填 涂

[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]

一、选择题：

1 [A] [B] [C] [D]　2 [A] [B] [C] [D]　3 [A] [B] [C] [D]　4 [A] [B] [C] [D]　5 [A] [B] [C] [D]

1. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_{10}-S_3=35, a_3+a_{10}=7$，则$\{a_n\}$的公差为（C）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 已知$\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=2$，则$\tan 2\alpha=$（D）

A. -3　　B. $-\frac{4}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

3. 双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的左、右焦点分别为$F_1, F_2$，点$P$在双曲线右支上，直线$PF_2$的斜率为2. 若$\triangle PF_1F_2$是直角三角形，且面积为8，则双曲线的方程为（D）

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$　　C. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$

4. 已知F为抛物线$y^2=4x$的焦点，过点F作两条直线l_1，l_2，直线l_1与C交于A，B两点，直线l_2与C交于D，E两点，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DE}=0$，则四边形$ADBE$面积的最小值为（B）

A. 48　　B. 32　　C. 16　　D. 8

5. （多选）已知双曲线$C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，实轴的左、右端点分别为$A_1$，$A_2$，虚轴的上、下端点分别为$B_1$，$B_2$，斜率为$k$的直线$l$经过$F_1$且与$C$的左支交于两个不同的点，A为$C$上一点，且$\angle F_1AF_2=\frac{\pi}{3}$，则下列结论正确的是

A. $|A_1A_2|=8$　　B. 四边形$B_1F_1B_2F_2$的周长小于24

C. $k\in\left(-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$　　D. $\triangle AF_1F_2$的面积为$9\sqrt{3}$

二、填空题：

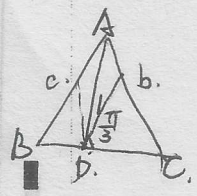
6. 小明喜爱踢足球和打羽毛球. 在周末的某天，他下午去踢足球的概率为$\frac{3}{5}$. 若他下午去踢足球，则晚上一定去打羽毛球；若下午不去踢足球，则晚上去打羽毛球的概率为$\frac{1}{6}$. 已知小明在某个周末晚上去打羽毛球，则下午踢足球的概率为_____.

7. 已知双曲线C: $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$的左焦点为$F$，点$M$在双曲线$C$的右支上，点$A(0,4)$，当$\Delta MAF$的周长最小时，$\Delta MAF$的面积为_____.

三、解答题：

8. 在ΔABC中，已知内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且ΔABC的面积为$\sqrt{3}$，点D是线段BC上靠近点B的一个三等分点，$AD=1$.

(1) 若$\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，求c；(2) 若$b^2+4c^2=11$，求$\sin\angle BAC$的值.



(1)解：∵D为三等分点

$S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$

∴$S_{\Delta ABD}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}AD\cdot BD\cdot\sin\angle ADB$

∵$\angle ADC=\frac{\pi}{3}$

∴$\angle ADB=\frac{2}{3}\pi$

∴$BD=\frac{4}{3}$.

∴$c^2=AD^2+BD^2-2AD\cdot BD\cdot\cos\angle ADB$

∴$c=\frac{\sqrt{37}}{3}$

(2)解：$\vec{AD}=\frac{2}{3}\vec{c}+\frac{1}{3}\vec{b}$

$\vec{AD}^2=\frac{4}{9}\vec{c}^2+\frac{1}{9}\vec{b}^2+\frac{4}{9}\vec{b}\cdot\vec{c}$

$=\frac{4}{9}c^2+\frac{1}{9}b^2+\frac{4}{9}bc\cos\angle BAC$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin\angle BAC=\sqrt{3}$

∴$bc\cos\angle BAC=-\frac{1}{2}$

$bc\sin\angle BAC=2\sqrt{3}$

∴$(bc\cos\angle BAC)^2+(bc\sin\angle BAC)^2=\frac{49}{4}$

∵$\cos^2\angle BAC+\sin^2\angle BAC=1$

∴$b^2c^2=\frac{49}{4}$ ∵$b>0$ $c>0$ ∴$bc>0$

∴$bc=\frac{7}{2}$

∴$\sin\angle BAC=\frac{2\sqrt{3}}{7}$

经检：$\sin\angle BAC=\frac{4}{7}\sqrt{3}$

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

9. 平面直角坐标系xoy中，已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，左、右焦点分别是$F_1,F_2$，以$F_1$为圆心以3为半径的圆与以$F_2$为圆心以1为半径的圆相交，且交点在椭圆$C$上.

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设椭圆$E:\frac{x^2}{4a^2}+\frac{y^2}{4b^2}=1$，$P$为椭圆$C$上任意一点，过点$P$的直线$y=kx+m$交椭圆$E$于$A,B$两点，射线$PO$交椭圆$E$于点$Q$.

（i）求$\frac{|OQ|}{|OP|}$的值；（ii）求ΔABQ面积的最大值.

(1) 解：由题可知 $2a=3+1=4$

$a=2$.

$\because e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore c=\sqrt{3}$

$\because b^2=a^2-c^2=1$

$\therefore C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(2) 解：(i) $E:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

设直线OP斜率为k.

①当k不存在时，

当P(0,1)时，Q(0,-2)

$\therefore \frac{|OQ|}{|OP|}=2$

当P(0,-1)时 Q(0,2)

$\frac{|OQ|}{|OP|}=2$

②当k不存在时

OP: $y=kx$ 设$P(x_1,y_1)$

$\begin{cases} y=kx \\ x^2+4y^2-4=0 \end{cases}$

$\therefore (4k^2+1)x^2-4=0$

$x_1x_2=\frac{-4}{4k^2+1}$ $\because x_1+x_2=0$

$\therefore x_1^2=\frac{4}{4k^2+1}$

$\begin{cases} y=kx \\ x^2+4y^2-16=0 \end{cases}$ $x_3x_4=\frac{-16}{4k^2+1}$ $\therefore x_Q^2=\frac{16}{4k^2+1}=4x_P^2$

$\therefore |x_Q|=2|x_P|$.

$\because OP=\sqrt{k^2+1}\,|x_P|$

$OQ=\sqrt{k^2+1}\,|x_Q|$.

$\therefore \frac{|OQ|}{|OP|}=2$

综上：$\frac{|OQ|}{|OP|}=2$

(2) 解：设$P(x_0,y_0)$ 则$Q(-2x_0,-2y_0)$.

设$A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$.

$\begin{cases} x^2+4y^2-16=0 \\ y=kx+m \end{cases}$ $\Rightarrow (4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-16=0$

$\therefore \begin{cases} x_1+x_2=\frac{-8km}{4k^2+1} \\ x_1x_2=\frac{4m^2-16}{4k^2+1} \end{cases}$

$\therefore |x_1-x_2|=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\frac{4\sqrt{4k^2m^2-m^2+4}}{4k^2+1}$

$\therefore |AB|=\frac{4\sqrt{m^2(4k^2-1)+4}}{4k^2+1}\cdot\sqrt{k^2+1}$

Q到AB距离 $d=\frac{|-2kx_0+2y_0+m|}{\sqrt{k^2+1}}$

$y=kx+m$

$\because$ 过点 (x_0,y_0)

$\therefore kx_0-y_0=-m$

$\therefore d=\frac{|3m|}{\sqrt{k^2+1}}$

$\therefore S_{\Delta ABQ}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{2\sqrt{16k^2-m^2+4}\,|3m|}{4k^2+1}$

$=\frac{6|m|\sqrt{16k^2-m^2+4}}{4k^2+1}$

向量关系，用座标

$\overrightarrow{OQ}=\lambda\overrightarrow{OP}$

$P(x_0,y_0)$

$Q(\lambda x_0,\lambda y_0)$

$\begin{cases} \frac{x_0^2}{4}+y_0^2=1 \\ \frac{(\lambda x_0)^2}{16}+\frac{(\lambda y_0)^2}{4}=1 \end{cases}$

$\therefore \frac{\lambda^2}{4}=1$

$\therefore \lambda^2=4$

$\lambda=-2$

算 $S_{\triangle AOB}$，$\because O$ 为 PQ 的三等分点.

$S_{\triangle QAB} = \frac{3}{2} S_{\triangle AOB}$.

$S_{\triangle AOB} = \frac{6\sqrt{m^2(16k^2-m^2+4)}}{4k^2+1}$

AB 与 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 相交.

$\Delta \geq 0 \quad 4k^2+1 \geq m^2$

$S_{\triangle QAB} = \sqrt{\frac{m^2[-m^2+4(4k^2+1)]}{(4k^2+1)^2}}$

$= 6\sqrt{\frac{-m^4}{(4k^2+1)^2} + \frac{4m^2}{4k^2+1}}$

令 $\frac{m^2}{4k^2+1} = t$

$= 6\sqrt{-t^2+4t}$

当 $t=2$ 时. $S_{\triangle QAB\,max} = 12$.