2026届二轮复习　第27课时 一模复习（6）——数列作业

姓名：张姝妍.　　班级：14　　考场/座位号：

注 意 事 项
1、答题前请将姓名、班级、考场、准考证号填写清楚。 2、客观题答案必须使用2B铅笔填涂，修改时用橡皮擦干净。 3、主观题使用黑色签字笔书写。 4、必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效。 5、保持卷面整洁、完整。
正确填涂 ▬　错误填涂 [✓] [×] [●] [/]

缺考标记 □

填 涂

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、选择题

1 [A] [B] [C] [D]　2 [A] [B] [C] [D]　3 [A] [B] [C] [D]　4 [A] [B] [C] [D]

1. 已知数列$\{a_n\}$是等比数列，其前n项和为S_n，则“$S_{n+2}=S_n$”是“$S_{2n}=0$”的　　B（~~A~~）

$q=\pm 1$.　$q=-1$.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 在公比为2的等比数列$\{a_n\}$中，$\sin(a_3a_4)=\dfrac{3}{5}$，则$\cos(a_2a_6)$的值是　　（ D ）

$\sin x$.　$\cos 2x=1-2\sin^2 x$.

A. $-\dfrac{4}{5}$　　B. $-\dfrac{7}{25}$　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{7}{25}$

3. 设某直角三角形的三条边长构成等差数列，则最小内角的正弦值为　　（ A ）

A. $\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

4. （多选）已知数列$\{a_n\}$，记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，下列结论正确的是　　（ ACD ）

A. 若“$a_{n+1}>|a_n|, n\in\mathbf{N}^*$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的充分不必要条件

B. “$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$为等差数列”是“$\{a_n\}$为等差数列”的必要不充分条件

C. 若$\{a_n\}$为等比数列，则S_3, S_6-S_3, S_9-S_6成等比数列 √

D. 若$\{a_n\}$为等比数列，则$\{S_n\}$可能是等差数列

二、填空题

5. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_3=36$，$a_2+a_4=60$，则a_1+q=__± 5__.　☒

6. 已知$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\sin A$，$\sin B$，$\sin C$成等比数列，则角B的取值范围为________.　☒

三、解答题

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

7．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足：$a_1=1, na_{n+1}=2S_n+n(n\in N^*)$.

(1)求证：数列$\left\{\frac{a_n+1}{n}\right\}$为常数列；

(2)若$b_n=a_n+1$，函数$f(x)=\frac{1}{b_1}x^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{b_2}x^{\frac{1}{3}}+\cdots+\frac{1}{b_n}x^{\frac{1}{n+1}}$，求$f'(1)$.

(1)证明：当n=1时，

$a_2=2a_1+1$ ∵$a_1=1$

∴$a_2=3$

$na_{n+1}=2S_n+n$ ① $(n\geq2)$

$(n-1)a_n=2S_{n-1}+n-1$ ②

由①-②得

$na_{n+1}-(n-1)a_n=2a_n+1$

∵$n\in N^*$ ∴$n\neq0$ $n+1\neq0$

∴$\frac{a_{n+1}+1}{n+1}=\frac{a_n+1}{n}$

∵$\frac{a_2}{1}=3\neq0$ ∵$\frac{a_1+1}{1}=2\neq0$

∴$\left\{\frac{a_n+1}{n}\right\}$为常数列.

(2)解：∵$\frac{a_n+1}{n}=\cancel{3}\ 2$

∴$a_n=\cancel{3n}\ 2n-1$

∴$b_n=\cancel{3n}\ 2n$

$f'(x)=\frac{1}{2b_1}x^{\frac{1}{2}-1}+\frac{1}{3b_2}x^{\frac{1}{3}-1}\cdots\frac{1}{b_n(n+1)}x^{\frac{1}{n+1}-1}$

∴$f'(1)=\frac{1}{2b_1}+\frac{1}{3b_2}+\cdots+\frac{1}{(n+1)b_n}$

令$c_n=\frac{1}{(n+1)b_n}=\frac{1}{(n+1)3n}=\frac{1}{3}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$

∴$f'(1)=\frac{1}{3}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$ 2

$=\frac{n}{3n+3}$ $\frac{n}{2n+2}$ 综上：$f'(1)=\frac{n}{3n+3}$

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

8．某校组织知识竞赛，已知甲同学答对第一题的概率为$\frac{1}{11}$，从第二题开始，若甲同学前一题答错，则此题答对的概率为$\frac{1}{4}$；若前一题答对，则此题答对的概率为$\frac{1}{3}$.记甲同学回答第n题时答错的概率为P_n，当$n\geq2$时，$P_n\leq M$恒成立，求M的最小值.

解：$P_n=(P_{n-1})\frac{3}{4}+(1-P_{n-1})\times\frac{2}{3}$

∴$P_n=\frac{3}{4}P_{n-1}+\frac{2}{3}-\frac{2}{3}P_{n-1}$

$P_n=\frac{1}{12}P_{n-1}+\frac{2}{3}$

$P_n-\frac{8}{11}=\frac{1}{12}(P_{n-1}-\frac{8}{11})$

∵$P_1-\frac{8}{11}=\frac{2}{11}\neq0$

∴$\frac{P_n-\frac{8}{11}}{P_{n-1}-\frac{8}{11}}=\frac{1}{12}$

∴$\{P_n-\frac{8}{11}\}$为首项为$\frac{2}{11}$，公比为$\frac{1}{12}$的等比数列

∴$P_n=\frac{2}{11}\times(\frac{1}{12})^{n-1}+\frac{8}{11}$

~~$P_{n+1}=P_n$~~

∵P_n在定义域上为单调递减数列

∴P_n有最大值

$P_{max}=P_2=\frac{53}{66}$ $\frac{49}{66}$

∴M最小值为$\frac{53}{66}$ $\frac{49}{66}$

$P_{n+1}-P_n=\frac{2}{11}\times(\frac{1}{12})^n+\frac{8}{11}-(\frac{2}{11}\times(\frac{1}{12})^{n-1}+\frac{8}{11})$

$=\frac{2}{11}\times(-11)\times(\frac{1}{12})^n$

$=-2\times(\frac{1}{12})^n<0$ $n\geq2$.

∵$P_{n+1}-P_n<0$ $n\geq2$

∴$P_2>P_3>\cdots>P_n$

∴$P_{max}=P_2=\frac{49}{66}$

				15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

9.已知点$P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2),\cdots,P_n(x_n,y_n)$,均在抛物线$x^2=4y$上，$x_1=1$，$0<x_{n+1}<x_n$，以点$P_n$为圆心的圆$P_n$与$X$轴相切，且圆$P_n$与圆$P_{n+1}$外切，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{x_n\}$的通项公式；

(2)设圆P_n的面积为S_n,$T_n=\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\cdots+\sqrt{S_n}$，求证：$T_n<\sqrt{\pi}$.

(1)解：$P_n(x_n,\frac{x_n^2}{4})$

$P_{n+1}(x_{n+1},\frac{x_{n+1}^2}{4})$

$[\frac{x_n^2}{4}+\frac{x_{n+1}^2}{4}]^2=(x_n-x_{n+1})^2+[\frac{x_n^2}{4}-\frac{x_{n+1}^2}{4}]^2$

$2\cdot\frac{x_n^2}{4}\cdot\frac{x_{n+1}^2}{4}=x_n^2-2x_nx_{n+1}+x_{n+1}^2-2\times\frac{x_n^2}{4}\times\frac{x_{n+1}^2}{4}$

$x_n^2x_{n+1}^2=4x_n^2+4x_{n+1}^2-8x_nx_{n+1}$,

$(\frac{1}{x_{n+1}}-\frac{1}{x_n})^2=\frac{1}{4}$.

$\because 0<x_{n+1}<x_n$

$\therefore \frac{1}{x_{n+1}}>\frac{1}{x_n}$

$\therefore \frac{1}{x_{n+1}}-\frac{1}{x_n}>0$

$\therefore \frac{1}{x_{n+1}}-\frac{1}{x_n}=\frac{1}{2}$, $\because x_1=1$

$\therefore \{\frac{1}{x_n}\}$是以1为 $\therefore \frac{1}{x_1}=1$

首项，公差为$\frac{1}{2}$的等差数列

$\therefore \frac{1}{x_n}=1+\frac{1}{2}(n-1)$

$\frac{1}{x_n}=\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}$

$\therefore x_n=\frac{2}{n+1}$.

综上：$x_n=\frac{2}{n+1}$

$\frac{1}{x_n}$ $\frac{n+1}{2}$